

## FLINK in Mathe

# Digitale Materialien fördern Motivation und Lernfreude in der Sekundarstufe 1

Edith Lindenbauer

*Freude an Mathematik – (wie) ist das möglich? Die verbreitete Vorstellung vom Angstfach Mathematik zeigt einen dringenden Handlungsbedarf auf. Die Entwicklung von dynamischer Mathematiksoftware ermöglicht hierbei neue Aspekte für den Mathematikunterricht und bietet somit Potenzial für einen positiven Einfluss auf die Lernfreude von Schüler\*innen. In diesem Beitrag wird das Projekt „FLINK in Mathe“ der Johannes Kepler Universität Linz vorgestellt, das Lehrkräfte bei der Integration digitaler Geräte im Mathematikunterricht unterstützen soll, welche in Österreich seit dem Schuljahr 2021/22 an Schüler\*innen der 5. und 6. Schulstufe ausgegeben werden. In diesem Projekt werden für die Inhalte der Sekundarstufe 1 offene, digitale Materialien entwickelt. Durch eine sinnvolle Integration von Technologie zielen diese Materialien darauf ab, das mathematische Verständnis von Schüler\*innen zu fördern, wobei die Voraussetzung erfüllt sein muss, dass durch den digitalen Charakter ein Mehrwert im Vergleich zu traditionellen Werkzeugen gegeben ist. Es werden die Struktur des Projekts sowie exemplarische digitale Materialien zu den Lernbereichen „Entdecken“ und „Üben“ von Inhalten der 5. Schulstufe vorgestellt und in einen evidenzbasierten Zusammenhang zu motivationalen Aspekten gestellt.*

**Schlagwörter:** Digitale Materialien, Mathematikunterricht, Sekundarstufe 1, Lernmotivation

### Einleitung

Freude an Mathematik ist möglich, aber Studien belegen, dass die Lernfreude von Schülerinnen und Schülern gegen Ende der Volksschule und Beginn der Sekundarstufe abnimmt und in der weiteren Schullaufbahn nicht mehr zunimmt (Helmke, 1993). In der PISA-Studie 2012 mit dem Schwerpunkt Mathematik stellte sich heraus, dass im internationalen Vergleich die österreichischen Schülerinnen und Schüler nur wenig Freude und Interesse für Mathematik aufbringen (Wallner-Paschon, 2013). Allein diese Ergebnisse zeigen einen dringenden Handlungsbedarf auf.

Der Einsatz digitaler Technologie im Mathematikunterricht ist nicht mehr neu und trotzdem noch keine echte Routine. Das zeigt die Geräteinitiative des BMBWF zur Ausstattung von Schülerinnen und Schülern der 5. und 6. Schulstufe ab dem Schuljahr 2021/22 mit digitalen Endgeräten. Als Reaktion darauf startete mangels qualitativer Materialien im Frühjahr 2021 an der School of Education der Johannes Kepler Universität Linz das Projekt „FLINK in Mathe“ (Förderung von Lernenden durch interaktive Materialien für einen nachhaltigen Kompetenzerwerb) zur Unterstützung und Begleitung von Mathematiklehrkräften in der Sekundarstufe 1. In diesem Projekt werden, beginnend mit den Lehrplaninhalten der 5. Schulstufe, interaktive und offene Lern- und Lehrressourcen basierend auf der dynamischen Mathematiksoftware (DMS) GeoGebra für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 entwickelt. Dabei stellt sich die Frage, welchen Mehrwert der Einsatz digitaler Materialien im Mathematikunterricht bietet – und vor allem welchen positiven Beitrag diese für die Motivation und Lernfreude sowie Kompetenzentwicklung von Schülerinnen und Schülern haben (können).

Lernfreude ist eine positive Emotion und bezieht sich auf die Tätigkeit des Lernens. Schülerinnen und Schüler erleben dabei die Auseinandersetzung mit dem Lernstoff als positiv und zielführend (Bruder & Hascher, 2020). Nach der Selbstbestimmungstheorie von Deci und Ryan (1993) wird Lernfreude als ein Bestandteil der (intrinsischen) Motivation gesehen. Auch Studien zeigen eine positive Korrelation zwischen intrinsischer Motivation und Lernfreude (Bruder & Hascher, 2020; Hagenauer & Hascher, 2011). Insofern sind beide Aspekte für den Mathematikunterricht relevant. Ein Blick in die bestehende Forschung zeigt, dass nach der Selbstbestimmungstheorie von Deci und Ryan (1993) für – intrinsische und extrinsische – Motivation der Schülerinnen und Schüler die folgenden drei Bedürfnisse relevant sind: das Bedürfnis nach Kompetenz, nach Autonomie oder Selbstbestimmung und nach sozialer Ein-

gebundenheit. Für diese Bedürfnisse empfehlen in diesem Zusammenhang Bruder und Hascher (2020, p. 7) folgende konkretisierte Aspekte zur motivationsfördernden Gestaltung des Mathematikunterrichts:

- (i) **Bedürfnis nach Autonomie:** durch Wahl- und Mitbestimmungsmöglichkeiten, Fördern der Selbstaktivierung sowie Verdeutlichen der Relevanz von Lerninhalten und einer angemessenen Reduktion von Kontrolle.
- (ii) **Bedürfnis nach Kompetenzerleben:** durch Verwenden von adaptiven Aufgaben und Zunahme der Aufgabenschwierigkeit; positives, informatives und individualisiertes Feedback zur Unterstützung des Lernprozesses sowie transparente und fair Lern- und Leistungsanforderungen.
- (iii) **Bedürfnis nach sozialer Eingebundenheit:** durch Ermöglichen von Formen kooperativen Lernens, Förderung eines guten Sozialklimas in der Klasse sowie wertschätzende Interaktionen zwischen Lehrkräften und Lernenden. (Bruder & Hascher, 2020, p. 7)

Insbesondere für die intrinsische Motivation relevant sind dabei die Bedürfnisse nach Kompetenzerleben und Autonomie; dabei erfüllt sich das Bedürfnis nach Kompetenzerleben, wenn Lernende Anforderungen aus eigener Kraft bewältigen können und das Bedürfnis nach Autonomie wird durch die Möglichkeit des selbständigen Arbeitens erfüllt (Brandenberger & Moser, 2018; Deci & Ryan, 1993). Auf diesen beiden Aspekten liegt auch der Fokus des in diesem Artikel vorgestellten Projekts „FLINK in Mathe“.

Durch den Zusammenhang zwischen Motivation und Lernfreude können Maßnahmen zur motivationsfördernden Gestaltung des Mathematikunterrichts auch zu mehr Lernfreude der Schülerinnen und Schüler führen. Über digitale Aufgaben hinaus identifizierten Klieme und Rakoczy (2008) Unterrichtsmerkmale, die ein positives emotionales Erleben und damit Lernfreude unterstützen. Dazu gehört eine klare, systematische Strukturierung des Unterrichts, eine positive Beziehung zwischen Lehrkräften und Lernenden sowie posi-

tive Rückmeldungen. Insbesondere in Bezug auf das letzte Merkmal zeigten Studienergebnisse, dass schriftliche Rückmeldungen zu Mathematikarbeiten als ein Aspekt eines unterstützenden Lernklimas einen positiven Einfluss auf die Interessensentwicklung der Schülerinnen und Schüler haben können, wenn diese als kompetenz- und lernförderlich wahrgenommen wurden (Rakoczy et al., 2013; Schukajlow et al., 2017). Zudem können – ähnlich wie beim reziproken Zusammenhang zwischen mathematischem Selbstkonzept und Leistungen von Schülerinnen und Schülern – positive Emotionen (z. B. Lernfreude) einen positiven Einfluss auf spätere Lernleistungen (z. B. Mathematiknoten am Ende des Schuljahres) und umgekehrt Leistung einen positiven Einfluss auf diese Emotionen haben (Marsh et al., 2016; Schukajlow et al., 2017).

Welche Rolle spielt nun der Technologieeinsatz im Zusammenhang mit Lernfreude? Mit der Integration von digitalen Technologien wächst auch das Interesse an den Wechselwirkungen zwischen Motivation, Lernleistung und Technologieeinsatz im Mathematikunterricht. Erste quantitative Studien im Bereich des Technologieeinsatzes zeigten bestenfalls moderate Auswirkungen auf die Leistungen der Lernenden, Ergebnisse im Zusammenhang mit der Verwendung von dynamischen Darstellungen scheinen jedoch vielversprechender zu sein, da diese Lernende beim Verstehen mathematische Konzepte unterstützen können (Drijvers et al., 2016; Hoyles et al., 2013). Nach einer Metastudie von Hillmayr et al. (2020) hat der Einsatz digitaler Werkzeuge einen moderaten, signifikant positiven Effekt auf die Lernergebnisse von Schülerinnen und Schülern und einen kleinen, signifikant positiven Effekt auf deren Einstellung gegenüber Mathematik. Insbesondere der Einsatz dynamischer Mathematikwerkzeuge hat dabei tendenziell einen größeren Einfluss als digitale Werkzeuge für traditionelle Aufgaben zum Üben und Trainieren (Hillmayr et al., 2020). Ein ähnliches Bild zeigt eine Metaanalyse von Higgins et al. (2019): der Einsatz von Technologie im Mathematikunterricht kann die Ergebnisse, Motivation und Einstellung zum Lernen von Schülerinnen und Schülern positiv beeinflussen. Der positive Einfluss des Einsatzes

digitaler Materialien auf Lernleistungen ist dabei höher, wenn diese zusätzlich zu traditionellen Materialien verwendet sowie paarweise genutzt und zusätzlich zu anderen Unterrichtsmethoden eingesetzt werden, da dies zu einer intensiveren Kommunikation zwischen den Lernenden führt (Hillmayr et al., 2017, 2020). Abschließend muss jedoch noch erwähnt werden, dass eine Steigerung der Motivation auch durch einen Neuigkeitseffekt ausgelöst werden kann (Hillmayr et al., 2017, 2020), daher ist es wichtig, Lernende auch mittel- und langfristig für mathematische Inhalte zu begeistern.

Inwiefern haben die in diesem Artikel vorgestellten digitalen Materialien nun das Potenzial, Lernfreude und damit Motivation von Schülerinnen und Schülern positiv zu beeinflussen? Basierend auf den bisher dargelegten Themen integrieren die im FLINK-Projekt entwickelten Materialien folgende Aspekte der Motivationsförderung: Erstens soll durch eine kognitive Aktivierung der Lernenden mit Hilfe der digitalen Materialien sowie dem Veranschaulichen von Lerninhalten ein Fokus auf das Verstehen gelegt werden. Dadurch soll die Relevanz der Lerninhalte – und auch Anwendungsaspekte – für die Schülerinnen und Schüler deutlich und damit das Bedürfnis nach Autonomie angesprochen werden. Zweitens wird das Bedürfnis nach Kompetenzerleben durch Aufgaben mit zunehmendem Schwierigkeitsgrad, Hilfestellungen und teilweise individualisierte Rückmeldungen (insbesondere für spezifische Fehler) adressiert und somit auch optimierte Lernprozesse unterstützt. Drittens soll durch einen Fokus auf dem konzeptuellen Verstehen der Lerninhalte die Lernleistungen – und über den reziproken Einfluss damit auch die Lernfreude – unterstützt werden. Der Einsatz dieser digitalen Materialien zielt also zentral auf das Fördern des konzeptuellen mathematischen Verständnisses der Lernenden ab und soll – auch über den Neuheitseffekt hinaus – das Interesse und damit die Freude an Mathematik begünstigen. Über die konkreten digitalen Materialien hinaus bestehen zudem Möglichkeiten, die Motivation und Lernleistungen durch einen gezielten Einsatz im Unterricht (z. B. kooperative Lernformen, Integration von traditionellen und digitalen Materialien) zu unterstützen.

## Projekt FLINK

Das Hauptziel des FLINK-Projekts liegt im Angebot von offenen, qualitativ hochwertigen, digitalen Materialien für das Lernen von Mathematik. Durch eine sinnvolle Integration von Technologie zielen sie darauf ab, das konzeptuelle mathematische Verständnis von Schülerinnen und Schülern zu fördern und dadurch einen nachhaltigen Kompetenzerwerb zu unterstützen.

### Struktur des Projekts

Die Strukturierung der Materialien im FLINK-Projekt orientiert sich am aktuellen österreichischen Lehrplan für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 und gliedert sich – wie das Kompetenzmodell der Bildungsstandards – in vier inhaltsbezogene Dimensionen: Arbeiten mit (I1) Zahlen und Maßen, (I2) Variablen, (I3) geometrischen Figuren und Körpern und (I4) Modellen, Statistik (Bundesministerium für Unterricht und Kunst, 2021). Die Inhalte des (neuen) Lehrplans werden beginnend mit der 5. Schulstufe in Themenbereiche unterteilt, die entwickelten digitalen Materialien jedes Themenbereichs in einem Geo-Gebra Buch zusammengefasst und sortiert nach Inhaltsdimension laufend auf der zugehörigen Homepage veröffentlicht (<https://www.jku.at/flink-in-mathe/>).

Bei der Gestaltung des Mathematikunterrichts und insbesondere bei der Konzeption von Aufgaben kann zum Beispiel das Unterrichtsmodell von Büchter und Leuders (2009) angewendet werden, das den Mathematikunterricht in Lern- und Leistungssituationen unterteilt. Lernsituationen umfassen demzufolge die unterrichtlichen Phasen (i) Erkunden, Entdecken, Erfinden; (ii) Sammeln, Sichern, Systematisieren und (iii) Üben, Vernetzen, Wiederholen. Zu den Leistungssituationen zählen die Phasen zum (iv) Diagnostizieren und (v) Überprüfen von Leistungen der Schülerinnen und Schüler. Büchter und Leuders (2009) empfehlen, Materialien und Aufgaben für den Mathematikunterricht basierend auf ihrer jeweiligen Rolle im Unterrichtsprozess hinsichtlich dieser Phasen zu konzipieren. Für das Projekt FLINK mit Fokus auf Lernsituationen sind damit die ersten drei Phasen relevant.

Für die Strukturierung und Gestaltung der digitalen Materialien werden die erste und die zweite Phase in einer Kategorie zusammengefasst, da mathematische Tätigkeiten und Aufgaben zur Erkundung und Systematisierung mathematischer Konzepte nicht immer leicht zu unterscheiden sind. Daher besteht jedes GeoGebra Buch zu einem Themenbereich aus mindestens zwei Kapiteln: das erste Kapitel (genannt *Entdecken*) enthält digitale Materialien zum Entdecken und Erforschen mathematischer Begriffe, Sachverhalte oder Verfahren, das zweite Kapitel (Kapitel *Üben*) Materialien zum Üben von Fertigkeiten, Vernetzen und Wiederholen mathematischer Inhalte. Zusätzlich bieten einige Themenbereiche Videos (Kapitel *Video*) an, die Inhalte zusammenfassen und/oder erklären sowie einführende Aufgaben zum Erlernen des Umgangs mit mathematischer Software, die in der Sekundarstufe 1 eingesetzt wird (Kapitel *Arbeite digital*) (z. B. GeoGebra, Excel). Lehrerinnen und Lehrer können abhängig von ihren Lernzielen geeignete digitale Materialien aus dem FLINK-Projekt gezielt herausgreifen, kopieren und selbständig adaptieren.

Ein zentraler Aspekt bei der Gestaltung der digitalen Materialien in diesem Projekt ist der digitale Mehrwert, den die Materialien gegenüber nichtdigitalen Aufgabenstellungen bieten sollen, beispielsweise automatisches Feedback, dynamische Visualisierungen, Randomisierung von Aufgaben oder andere Optionen.

### Integration von Technologie in FLINK

Auch aus der Perspektive des Technologieeinsatzes lässt sich die Struktur der FLINK-Materi-

alien (Entdecken und Üben) begründen: Drijvers et al. (2011) unterscheiden drei didaktische Funktionalitäten von digitaler Technologie im Mathematikunterricht: Mathematik anwenden, Fertigkeiten und Fähigkeiten üben sowie Begriffe und Vorstellungen entwickeln (siehe Abbildung 1).

Aus der Sicht der Nutzenden kann Technologie als Werkzeug für das *Betreiben von Mathematik* dienen, zum Beispiel indem sie das Lösen einer Gleichung an einen digitalen Assistenten auslagern und sich so auf ein zugrunde liegendes Problem konzentrieren können. Aus der Sicht der Lernenden kann die Technologie als Umgebung zum *Lernen* in Form von *Üben von Fertigkeiten* (z. B. ein digitales Werkzeug, das beim Multiplizieren algebraischer Ausdrücke Feedback zu den Lösungen der Lernenden gibt) oder zur *Entwicklung konzeptuellen Wissens und tragfähiger Vorstellungen* dienen. Im letzteren Fall dient die Technologie als Unterstützung der Schülerinnen und Schüler beim Verstehen mathematischer Konzepte, beispielsweise indem sie Darstellungen dynamisch miteinander verknüpft. Dabei schließen sich diese drei Funktionalitäten nicht gegenseitig aus (Drijvers et al., 2011).

Laut Drijvers (2018) unterstützen Funktionen wie die Randomisierung von Aufgaben oder automatisiertes und unmittelbares Feedback das Üben von Fertigkeiten; der dritte Aspekt – das heißt die Bereitstellung einer technologiebasierter Umgebung, die Begriffsbildung ermöglicht und konzeptuelles Verständnis fördert – ist hingegen schwieriger umzusetzen, da dies eine anspruchsvolle didaktische Funktionalität darstellt.

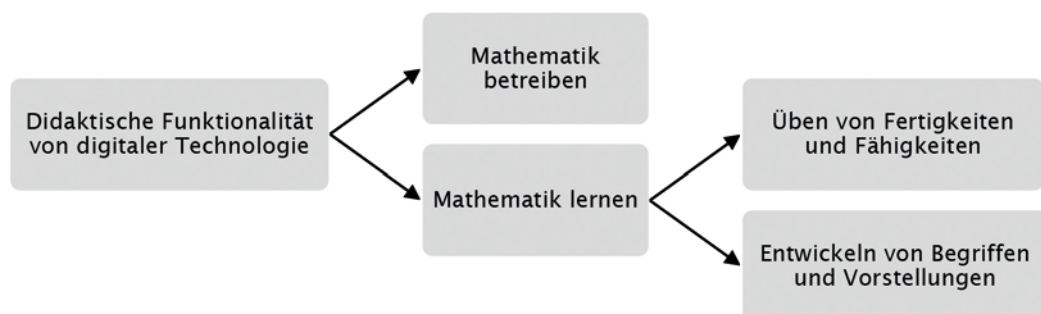


Abbildung 1: Didaktische Funktionalität von digitaler Technologie (eigene Abbildung nach Drijvers, 2018, S. 233)

Insbesondere in diesem Bereich liegt ein Potenzial des Technologieeinsatzes durch die Nutzung digitaler Materialien zur Entdeckung, Entwicklung und Erforschung von mathematischen Objekten (Ball & Stacey, 2019). Aus diesem Grund werden im FLINK-Projekt nicht nur Materialien zur Förderung von prozeduralen Fähigkeiten zur Verfügung gestellt (Üben), sondern auch die Entwicklung von konzeptuellem mathematischem Verständnis (Entdecken) betont. Diese beiden didaktischen Funktionalitäten digitaler Technologie entsprechen in diesem Sinne der gewählten Strukturierung der digitalen Materialien im vorgestellten Projekt.

Die im FLINK-Projekt erstellten Materialien basieren auf GeoGebra, einer dynamischen Mathematiksoftware (DMS) für das Unterrichten und Lernen von Mathematik. Das Potenzial von DMS liegt in der Fähigkeit, Geometrie, Algebra, Tabellen, Grafik, Analysis und Statistik zu vereinen und mathematische Prozesse zu visualisieren. Misfeldt (2011) beschreibt die Stärke von DMS durch sein Charakteristikum, gleichzeitig verschiedene mathematische Repräsentationen miteinander zu verknüpfen. Dynamisch verknüpfte Repräsentationen

können somit einen anderen kognitiven Ansatz bieten als statische Darstellungen in einer traditionellen Lernumgebung mit Papier und Bleistift und unterstützen daher die Untersuchung mathematischer Objekte, die Begriffsbildung oder Problemlösungsprozesse noch weiter (GeoGebra, 2022; Hohenwarter & Jones, 2007; Zbiek et al., 2007). Darüber hinaus bietet GeoGebra eine dynamische Steuerung von Objekten wie Schieberegler oder Zugmodus, die es Lernenden ermöglicht, Invarianten mathematischer Objekte zu erforschen und zu untersuchen (Falcade et al., 2007). Diese Eigenschaften von DMS sind insbesondere hilfreich für das Projektziel des technologischen Mehrwerts.

Hinsichtlich des digitalen Mehrwerts der FLINK-Materialien werden in der Literatur zahlreiche Möglichkeiten des Einsatzes von DMS im Mathematikunterricht beschrieben, beispielsweise zum Experimentieren, als Kommunikationsmittel oder als heuristisches beziehungsweise modellierendes Werkzeug (Roth, 2017). Im Detail kann der Mehrwert von Technologieeinsatz in folgende Aspekte gegliedert werden:

<b>Begriffsbildungen</b>	Ein Einsatz von DMS kann dazu beitragen, Verständnisgrundlagen für Begriffe und deren Eigenschaften zu bilden sowie den Aufbau von Grundvorstellungen zu unterstützen.
<b>Experimentelles Arbeiten</b>	DMS kann Lernenden helfen, Zusammenhänge zu entdecken oder Ideen im Problemlöseprozess zu finden.
<b>Dynamische Visualisierungen und Darstellungen</b>	vernetzen von (multiplen) Repräsentationen, dynamische und interaktiv verknüpfte Darstellungen;
<b>Grundideen</b>	Vermitteln von Grundideen für Argumentationen und Beweise;
<b>Mustererkennung</b>	Aufgaben zum Entdecken, Beschreiben und Begründen von Mustern;
<b>Argumentationen</b>	Finden und kommunizieren von (beweglichen) Argumenten (z. B. wenn Lernende im Hinblick auf Veränderungen in mathematischen Situationen argumentieren, können insbesondere dynamische Visualisierungen unterstützen);
<b>Diskussionen</b>	Aufgaben, die Diskussionen unter Lernenden anregen;
<b>Selbständigkeit</b>	Selbständiges Üben und Vertiefen;
<b>Modellieren und Anwenden</b>	z. B. Handhabung komplexer Modelle, Arbeit mit realen Daten; (Barzel, 2007; Eichler, 2019; Roth, 2017, 2019; Ruchniewicz & Göbel, 2019)

## Digitale Materialien

Die eben genannten Punkte bilden die fachdidaktische Grundlage für die Gestaltung der digitalen Materialien im FLINK-Projekt. Zur weiteren Verdeutlichung des Projektkonzepts werden im folgenden exemplarische Aktivitäten der beiden Bereiche *Entdecken* und *Üben* vorgestellt.

### Entdecken

Insgesamt beinhalten die GeoGebra Bücher unter dem Aspekt des *Entdeckens* digitale Materialien zum Entdecken und Erforschung von sowie Experimentieren mit neuen mathematischen Begriffen, Sachverhalten oder Algorithmen. Begleitende Fragen, die sich auf die interaktiven Aufgaben beziehen, unterstützen den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler bei der Erkundung und Festigung neuer mathematischer Aspekte. Darüber hinaus werden hier Aufgaben integriert, die dem Sammeln, Sichern oder Systematisieren neuer Inhalte dienen. Durch kognitive Aktivierung, einem Fokus auf dem konzeptuellen Verstehen der mathematischen Inhalte und der Zunahme des Schwierigkeitsgrads und Hilfestellungen werden motivationale Bedürfnisse angesprochen.

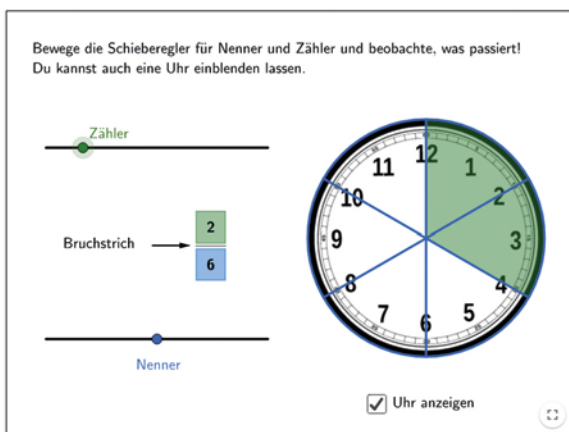


Abbildung 2: Digitales Material „Nenner, Zähler, Bruchstrich“ (<https://www.geogebra.org/m/r4ryzr2q>)

Das GeoGebra Buch „Einführung Brüche und Bruch als Teil eines Ganzen“ beispielsweise (siehe <https://www.geogebra.org/m/pge8d4x3>) beschäftigt sich mit einer ersten Einführung in den Bruchzahlbegriff als Teil des Lehrplans der 5. Schulstufe über Zahlen und Maße (I1) und

umfasst sechs interaktive digitale Arbeitsblätter zum Erkunden dieses Begriffs. Das zweite digitale Material „Nenner, Zähler, Bruchstrich“ (siehe Abbildung 2) dient zur Auseinandersetzung mit den entsprechenden Begriffen und unterstützt die Begriffsbildung mit Hilfe einer dynamischen Visualisierung.

Diese digitale Aufgabe visualisiert das Ganze als Kreis und Teile des Ganzen als kongruente, grün gefärbte Sektoren. Die Schülerinnen und Schüler sollen den Zähler (repräsentiert durch grün gefärbte Objekte) oder den Nenner des Bruches (Objekte in blauer Farbe) mittels Schieberegler variieren und dabei beobachten, wie sich die entsprechenden Objekte verändern. Die Schieberegler ermöglichen eine dynamische Kontrolle über Zähler und Nenner. Je nach Zahlenwert des Nenners (in diesem Fall die Zahl 6) können die Lernenden den Zähler von der Zahl Null bis höchstens zum Wert des Nenners verändern. Die Schieberegler sind so definiert, dass eine Änderung des Wertes des Nenners nicht automatisch zu einer Änderung des Wertes des Zählers führt, so dass sich auch der entsprechende Schieberegler nicht bewegt (außer bei der Darstellung eines Bruches mit gleichem Zähler und Nenner).

Im vorliegenden Material werden drei dynamisch verknüpfte Darstellungen für Brüche verwendet: als Schieberegler, numerisch und visuell in Form eines Kreises. Wenn Lernende einen Schieberegler bewegen, ändern sich alle verknüpften Darstellungen gleichzeitig. Um die Verbindung hervorzuheben, sind die Objekte, die denselben mathematischen Begriff darstellen (z. B. Zähler), gleich gefärbt. Dadurch wird das Kontiguitätsprinzip berücksichtigt (Mayer & Fiorella, 2014). Zusätzlich erlaubt das Material, eine zugrunde liegende Uhr durch Anklicken eines Kontrollkästchens ein- oder auszublenden, um das neue Konzept mit realen Erfahrungen (Uhr mit dem Teilen der Stunde) der Lernenden in Verbindung zu bringen. Die folgenden begleitenden Fragen beziehen sich auf das digitale Material und sollen die Schülerinnen und Schüler dabei unterstützen, Darstellungen bewusst kognitiv zu verknüpfen, Merkmale der vorgestellten Begriffe zu entdecken und über Sonderfälle nachzudenken. Inhaltlich

sollen die Lernenden durch das Experimentieren mit dem Material die Auswirkungen einer Variation von Zähler und Nenner auf die Darstellung entdecken und so auf die mathematische Bedeutung dieser Begriffe schließen. Der Einsatz von DMS in diesem Kontext zielt darauf ab, die Lernenden zu unterstützen, die Grundvorstellung des Bruchs als Teil eines Ganzen aufzubauen (Malle, 2004).

Ein weiteres GeoGebra Buch behandelt die Einführung in den Kreisbegriff aus dem Lehrplan der 5. Schulstufe (Inhaltsbereich I3, siehe <https://www.geogebra.org/m/a4pppe7a>). Der erste Abschnitt zum Entdecken dieses Begriffs beinhaltet drei interaktive Arbeitsblätter: Kreise im Alltag (für den Einstieg in die Begriffsbildung durch Anknüpfen an Erfahrungen der Lernenden), Erzeugen eines Kreises und Merkmale eines Kreises (zum Erlernen relevanter Begriffe wie Mittelpunkt, Radius und Durchmesser).

Abbildung 3 zeigt ein digitales Material zum Erzeugen eines Kreises. Die Lernenden sollen die grauen Kreuze so verschieben, dass sie alle den gleichen Abstand zum „Baum“ haben wie das blaue Kreuz. Die Fragestellung soll insbesondere durch ihren Problemlösecharakter motivierend auf die Lernenden wirken.

Die Aufgabe bietet die ikonische Darstellung einer entsprechenden Aktivität, die die Lehrkräfte im Unterricht durchführen können und zielt da-

rauf ab, den Begriff Kreis basierend auf seiner definierenden Eigenschaft zu entdecken: eine Figur, die alle jene Punkte der Ebene umfasst, die von einem gegebenen Punkt (Mittelpunkt) den gleichen Abstand haben. Nachdem die Schülerinnen und Schüler mindestens ein graues Kreuz verschoben haben, aktiviert sich die Schaltfläche „Lösung“, woraufhin eine Figur erscheint, die der rechts in Abbildung 3 dargestellten entspricht. Danach bietet das Material die Möglichkeit, eine neue Aufgabe zu stellen. Die begleitende Frage unterhalb des GeoGebra-Applets bezieht sich auf die Visualisierung und fragt nach dem gemeinsamen Merkmal aller Punkte auf einer Kreislinie. Aus didaktischer Sicht ermöglicht dies die eigenständige Entdeckung einer Begriffsdefinition und zielt darauf ab, einen sauberen Begriffsbildungsprozess zu unterstützen.

Die bisher vorgestellten digitalen Materialien fokussieren auf die Entdeckung und Erkundung eines mathematischen Begriffs. Wie aber nähert man sich neuen Verfahren an, die – im engeren Sinn – nicht oder nur sehr schwer entdeckt werden können? Nach Vollrath (2001) genügt es nicht, ein Verfahren nur zu beherrschen, ein Ziel des Mathematikunterrichts soll auch sein, dass Schülerinnen und Schüler dieses verstehen. Zum Verstehen gehört neben der Anwendung auf bestimmte Aufgaben auch das Wissen, was mit einem Verfahren erreicht wird, wie und unter welchen Bedingungen und warum es funktioniert (Vollrath, 2001). Gleichzeitig fördert echtes Ver-

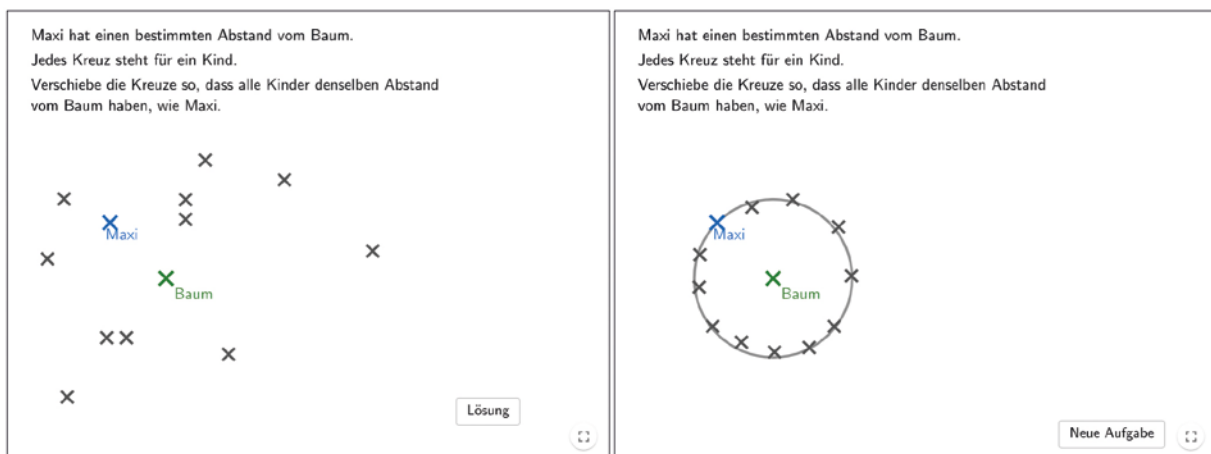


Abbildung 3: Digitales Material „Einen Kreis erzeugen“ (<https://www.geogebra.org/m/pu36wutb>)

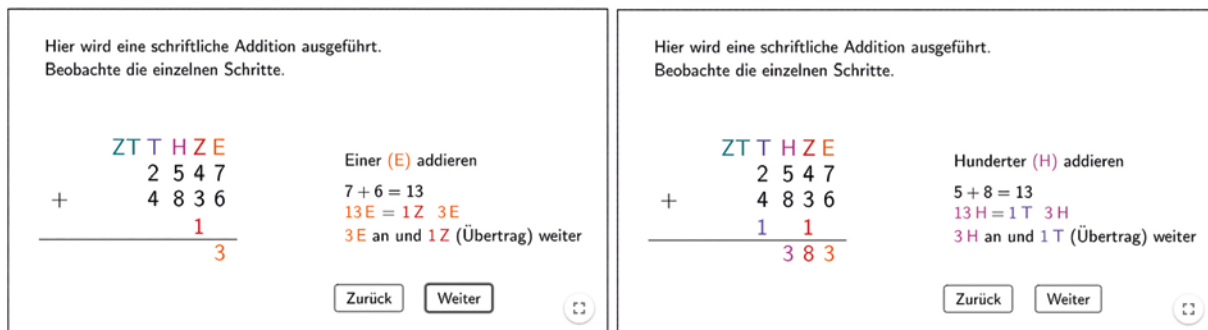


Abbildung 4: Digitales Material „Schriftliche Addition“ (<https://www.geogebra.org/m/jcfu5rsj>)

stehen direkt die Lernleistungen und damit auch die Lernfreude, ein wesentliches Ziel von FLINK.

Ein Beispiel dafür zeigt Abbildung 4, ein digitales Arbeitsblatt aus dem Themenbereich I1 (Zahlen und Maße) zum Standardalgorithmus für die schriftliche Addition natürlicher Zahlen, welches darlegen soll, wie und warum dieser Algorithmus funktioniert.

Auf der linken Seite des digitalen Materials ist die schriftliche Addition von zwei vierstelligen natürlichen Zahlen dargestellt. Über der ersten Zahl wird der Wert jeder Ziffer durch farbige Abkürzungen des Stellenwertes hervorgehoben (z. B. E für „Einer“, Z für „Zehner, usw.). Durch Drücken der Schaltfläche „Weiter“ wird das Verfahren Schritt für Schritt angezeigt. Rechts neben der Rechnung (siehe linkes Rechteck in Abbildung 4) wird die aktuelle Berechnung mit Hilfe des dezimalen Stellenwertsystems erklärt. Zum Beispiel ergeben 7 Einer und 6 Einer insgesamt 13 Einer, das entspricht 1 Zehner und 3 Einer. Die 3 Einer werden in die Ergebniszeile geschrieben, der Zehner muss zu den bereits vorhandenen Zehnern (4 und 3) der beiden gegebenen Zahlen addiert werden und bildet damit den Übertrag. Im rechten Teil der Abbildung 4 wird ein weiterer Schritt zur Addition der Hunderter angezeigt: 5 Hunderter und 8 Hunderter ergeben 13 Hunderter, das entspricht 1 Tausender und 3 Hunderter; der Übertrag beträgt 1 Tausender für den nächsten (und letzten) Schritt der Addition.

Schritt-für-Schritt-Erklärungen und Farbkodierungen für bestimmte Stellenwerte sollen die Lernenden beim selbständigen Erlernen und Verste-

hen dieses Verfahrens unterstützen. Darüber hinaus dienen die Begleitfragen der Reflexion; sie befassen sich beispielsweise mit der Bedeutung eines konkreten Übertrags, mit der Frage, warum ein Übertrag zu den Hundertern addiert werden muss, wenn sich 25 Zehner ergeben, oder mit der Frage, warum die schriftliche Addition mit den Einern beginnt. Aus digitaler Perspektive bietet dieses Material die Möglichkeit zum Lernen im eigenen Tempo und damit eine Kontrolle über den Arbeitsprozess (durch Zurück- und Weiter-Buttons), welche auch motivationale Bedürfnisse adressiert. Neben der Darstellung des spezifischen mathematischen Verfahrens ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, bei etwaigen Fragen auch außerhalb des Mathematikunterrichts auf das digitale Material zurückzugreifen.

### Üben

Ein weiterer wesentlicher Teil jedes veröffentlichten GeoGebra Buches besteht aus digitalen Materialien zur Unterstützung des Übens von Fertigkeiten, zur Vernetzung mathematischer Inhalte und zur Wiederholung von Vorwissen. In der ersten Projektphase liegt der Fokus auf geschlossenen, digital auswertbaren Aufgabenformaten, die im parallel ablaufenden Projekt MathSkill-Testing (<https://www.jku.at/linz-school-of-education/forschung/mint-didaktik/mathskill-testing/>) entwickelt wurden und zukünftig eine Einbindung in eine adaptive Trainingsplattform erlauben werden.

Diese Aufgabenformate umfassen: Eingabefelder, Multiple- oder Single-Choice-Fragen, Drag-and-Drop-Aufgaben, Dropdown-Fragen und Zuordnungsaufgaben. Im Vergleich mit offenen Auf-



gaben ermöglichen diese Formate den digitalen Mehrwert des selbständigen Übens. Aufgaben mit Selbstkontrollmöglichkeiten geben sofortige Rückmeldung, ob die Lösungen richtig sind; die Anzeige von Hinweisen und (möglichen) Lösungswegen sowie neue Aufgaben auf „Knopfdruck“ sind weitere mit GeoGebra realisierbare Optionen. Diese Funktionen werden als unterstützend für die Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler angesehen, da sie es ihnen beispielsweise ermöglichen, fehlerhafte Strategien oder Vorstellungen sofort zu erkennen und die Selbstregulation der Schülerinnen und Schüler zu verbessern (z. B. Barana & Marchisio, 2019; Fyfe & Rittle-Johnson, 2016). Darüber hinaus enthalten einige digitale Materialien Gamification-Elemente (z. B. spielerische Elemente, Fortschrittszähler für richtig gelöste Aufgaben). All diese Aspekte unterstützen die Erfüllung des Bedürfnisses nach Kompetenzerleben und können so die Entwicklung von Lernfreude unterstützen.

Ein Beispiel hierfür ist die Aufgabe „Welcher Bruchteil ist hier dargestellt?“ (siehe Abbildung 5) aus dem davor bereits vorgestellten Buch über Brüche als Teil eines Ganzen. Innerhalb eines Rechtecks, das den Wert 1 repräsentiert, sind für jede Aufgabe eine zufällige Anzahl von gleich großen Teilen blau gefärbt. Die Schülerinnen und Schüler sollen den Bruch, der durch den (nicht-)farbigen (beides ist richtig) Anteil dargestellt wird, identifizieren und Zähler und Nenner in ein Eingabefeld eintragen. Durch Üben mit diesem Material kann das Verständnis für den Bruchbegriff und insbesondere des Aspekts des Bruches als Teil eines Ganzen sowie das zugehörige Verständnis für die Bedeutung von Nenner und Zähler vertieft werden.

Ist die Lösung richtig (oberes Bild in Abbildung 5), erhalten sie die Rückmeldung „Richtig“ und können durch Drücken der Schaltfläche „Neue Aufgabe“ das nächste Beispiel auswählen. Erweist sich die Lösung als falsch (unteres Bild), erhalten die Lernenden eine entsprechende Rückmeldung „Falsch“ und können es noch einmal versuchen („Neuer Versuch“). Darüber hinaus gibt das digitale Material bei einer zweiten falschen Antwort einen Hinweis auf die Bedeutung von Zähler und

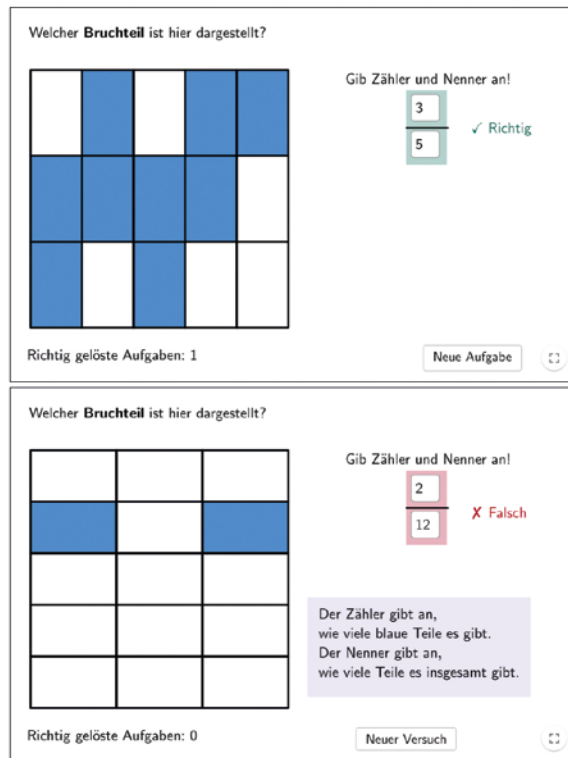


Abbildung 5: Digitales Material „Welcher Bruch ist hier abgebildet?“ (<https://www.geogebra.org/m/befyvnm>)

Nenner in Bezug auf die dargestellte Visualisierung. Zur Steigerung der Selbstwahrnehmung und -wirksamkeit wird die Anzahl der bereits richtig gelösten Aufgaben angezeigt.

Abbildung 6 zeigt eine weitere exemplarische Aufgabe mit Namen „Brüche am Zahlenstrahl – Level 1“: Für einen gegebenen Stammbruch dargestellt am Zahlenstrahl sollen die Schülerinnen und Schüler abschätzen, wo die Zahl einzuzichnen wäre. Sie erhalten eine Rückmeldung – entweder ein grünes Kästchen und „Richtig“ für eine annähernd richtige Schätzung oder eine Hilfestellung bestehend aus einer Skalierung des Zahlenstrahls und einem verbalen Hinweis für einen neuerlichen Versuch. Nach Abschluss einer Aufgabe können sie das nächste Beispiel wählen, indem sie auf die Schaltfläche „Neue Aufgabe“ drücken. Wie zuvor zeigt ein Zähler die Anzahl der bereits richtig gelösten Aufgaben an.

Zu den Merkmalen des digitalen Übungsmaterials gehören eine unmittelbare Rückmeldung zu den Lösungen an die Lernenden, ob ihre

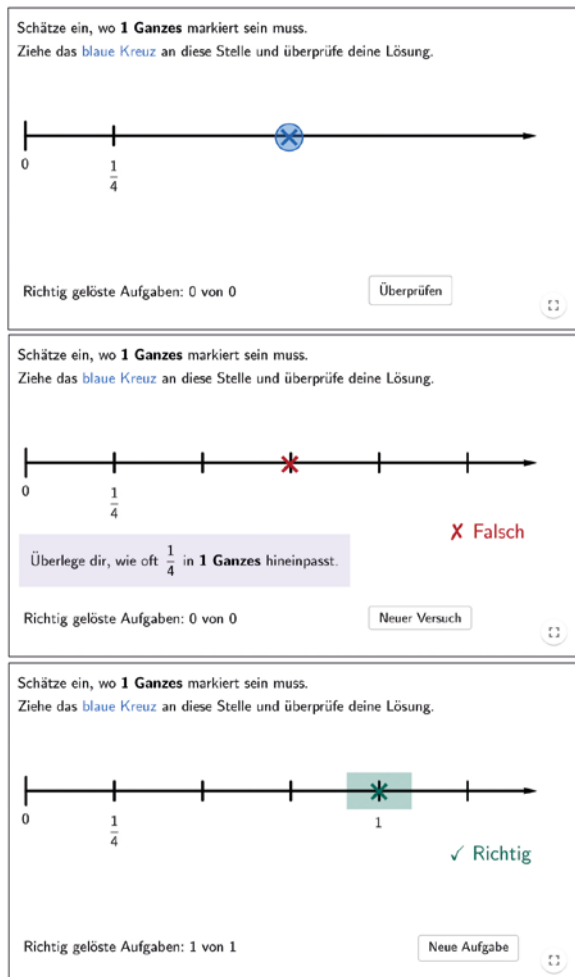


Abbildung 6: Digitales Material „Brüche am Zahlenstrahl“ (<https://www.geogebra.org/m/e8ws53gh>)

Antworten richtig sind oder nicht, die Anzeige von Hinweisen und Lösungen oder Lösungswegen, die Bereitstellung neuer zufällig ausgewählter Aufgaben auf Knopfdruck und die Zählung der richtig gelösten Aufgaben. Die im Projekt MathSkill-Testing entwickelten Aufgabenformate integrieren Forschungsergebnisse zum Thema Feedback in E-Learning-Umgebungen, zum Beispiel die folgenden von Narciss und Huth (2006) vorgeschlagenen Merkmale: (i) solche Materialien geben erst dann Feedback, wenn die Lernenden tatsächlich versucht haben, die Aufgabe zu lösen, (ii) sie geben den Lernenden die Möglichkeit, es nach einer ersten falschen Antwort noch einmal zu versuchen, ohne weitere Informationen über den Lösungsprozess zu geben und (iii) sie geben nach einem zweiten fehlgeschlagenen Versuch

einen ausführlicheren Hinweis. Insbesondere Optionen für sofortiges automatisiertes Feedback, Hinweise und Lösungs(pfad)optionen werden zur Unterstützung der Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern in Betracht gezogen (Attali & van der Kleij, 2017; Fyfe & Rittle-Johnson, 2016) und können auch positiv auf Lernfreude wirken. Zur motivationsfördernden Gestaltung integrieren einige digitale Materialien zudem spielerische Aspekte, wie das digitale Material „Schnecken tempo“ (siehe <https://www.geogebra.org/m/snr2ps2z#material/vddawhhg>), eine Kopfrechenübung, die als Schneckenwettrennen visualisiert wird.

## Zusammenfassung

Im Hinblick auf Motivation und Lernfreude von Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht besteht auf jeden Fall Handlungsbedarf. Forschungsergebnisse zeigen ein Potenzial des Technologieeinsatzes bezüglich einer motivationsfördernden Gestaltung des Unterrichts. Erste empirische Ergebnisse zum Einsatz von FLINK-Materialien in einem forschungsbasierten Unterricht zum Bruchbegriff in der 5. Schulstufe ergaben, dass der Einsatz von digitalen Materialien Freude machen kann und die Lernenden weiter gerne mit solchen Materialien arbeiten würden (Ebner, 2022, S. 61). Ein zentraler Aspekt dabei ist, dass ein Interesse am Fach Mathematik auch über den Neugierkeitseffekt von digitalen Materialien hinaus gefördert werden muss.

Über das Design von konkreten digitalen Materialien hinaus kann nicht oft genug betont werden, dass auch die Unterrichtsgestaltung eine wesentliche Facette für einen motivationsfördernden Unterricht ausmacht. Über wertschätzende Interaktionen zwischen Lehrkräften und Schülerinnen und Schülern, dem Einsatz kooperativer Lernformen, die auch die Kommunikation zwischen den Lernenden erleichtert, und der Kombination von traditionellen und digitalen Materialien und Werkzeugen können noch weitere motivationale Bedürfnisse erfüllt werden. Durch das Projekt FLINK ist jedenfalls für den Bereich frei zur Verfügung stehender qualitativer digitaler Materialien gesorgt. Die Sensibilisierung für diese Thematik

in der Aus- und Weiterbildung von Mathematiklehrkräften ist ein weiterer wichtiger Schritt weg vom Angstfach hin zu einem neuen Image mit Lernfreude in Mathematik.

### Danksagung

Die Autorin bedankt sich bei Prof. Markus Hohenwarter (Leiter des CODE – Center for Open Digital Education an der JKU) und Christina Krenn, Projektleiterin von FLINK. Weiters danke ich Eva-Maria Infanger und Alexander Huber vom Projekt MathSkill-Testing für die Unterstützung des FLINK-Projekts hinsichtlich der Aufgabenformate zum Üben.

### Literatur

Attali, Y., & van der Kleij, F. (2017). Effects of feedback elaboration and feedback timing during computer-based practice in mathematics problem solving. *Computers and Education*, 110, 154–169. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.03.012>

Ball, L., & Stacey, K. (2019). Technology-supported classrooms: New opportunities for communication and development of mathematical understanding. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (S. 121–129). Springer Fachmedien. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_9)

Barana, A., & Marchisio, M. (2019). Strategies of formative assessment enacted through automatic assessment in blended modality. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 4041–4048). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME. <https://iris.unito.it/handle/2318/1731995>

Barzel, B. (2007). “New technology? New ways of teaching - No time left for that!” *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 14(2), 77–86.

Brandenberger, C., & Moser, N. (2018). Förderung der Lernfreude und Reduzierung der Angst im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1. In G. Hagenauer & T. Hascher (Hrsg.), *Emotionen und Emotionsregulation in der Schule und Hochschule*. Waxmann Verlag.

Bruder, R., & Hascher, T. (2020). *Gestaltungsspielräume. Mathematik lehren*, 221, 7–11.

Büchter, A., & Leuders, T. (2009). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln: Lernen fördern - Leistung überprüfen* (4. Aufl.). Cornelsen Scriptor.

Bundesministerium für Unterricht und Kunst. (2021). *Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne -- allgemeinbildende höhere Schulen*.

<https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568>

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. *Zeitschrift für Pädagogik*, 39(2), 223–238.

Drijvers, P. (2018). Tools and taxonomies: A response to Hoyles. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 229–235.

<https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1522269>

Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., & Mascietto, M. (2016). Uses of technology in lower secondary mathematics education. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-33666-4>

Drijvers, P., Boon, P., & Van Reeuwijk, M. (2011). Algebra and technology. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown* (pp. 179–202). Sense Publishers.

Ebner, S. (2022). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 – Einsatz interaktiver digitaler Materialien am Beispiel des Bruchrechnens in der 5. Schulstufe* (Masterarbeit). PH Oberösterreich, Linz.

Eichler, A. (2019). Der Rechner als Erzeuger von Phänomenen für das Entdecken und Beschreiben mathematischer Muster. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (S. 177–190). Springer Fachmedien. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_13)

Falcade, R., Laborde, C., & Mariotti, M. A. (2007). Approaching functions: Cabri tools as instruments of semiotic mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 317–333. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9072-y>

Fyfe, E. R., & Rittle-Johnson, B. (2016). The benefits of computer-generated feedback for mathematics problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 147, 140–151. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.03.009>

GeoGebra. (2022). *What is GeoGebra?* <https://www.geogebra.org/about>

- Hagenauer, G., & Hascher, T. (2011). Lernfreude, engagierte Mitarbeit im Unterricht und erfolgreiches Leisten bei instrumentellen Formen der Lernmotivation – ein Widerspruch in sich? *Zeitschrift für Bildungsforschung*, 1(2), 97–113. <https://doi.org/10.1007/s35834-011-0011-3>
- Helmke, A. (1993). Die Entwicklung der Lernfreude vom Kindergarten bis zur 5. Klassenstufe. *Zeitschrift für pädagogische Psychologie*, 7(2/3), 77–86.
- Higgins, K., Huscroft-D'Angelo, J., & Crawford, L. (2019). Effects of technology in mathematics on achievement, motivation, and attitude: A meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research*, 57(2), 283–319. <https://doi.org/10.1177/0735633117748416>
- Hillmayr, D., Reinhold, F., Ziernwald, L., & Reiss, K. (2017). Digitale Medien im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der Sekundarstufe. Einsatzmöglichkeiten, Umsetzung und Wirksamkeit. Waxmann.
- Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers and Education*, 153, 103897. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897>
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. In D. Küchemann (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (Vol. 27, pp. 126–131). University of Northampton, UK: BSRLM.
- Hoyles, C., Noss, R., Vahey, P., & Roschelle, J. (2013). Cornerstone Mathematics: Designing digital technology for teacher adaptation and scaling. *ZDM Mathematics Education*, 45(7), 1057–1070. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0540-4>
- Malle, G. (2004). Grundvorstellungen zu Bruchzahlen. *Mathematik lehren* 123, S. 4–8.
- Marsh, H. W., Pekrun, R., Lichtenfeld, S., Guo, J., Arens, A. K., & Murayama, K. (2016). Breaking the double-edged sword of effort/trying hard: Developmental equilibrium and longitudinal relations among effort, achievement, and academic self-concept. *Developmental Psychology*, 52, 1273–1290. <https://doi.org/10.1111/cdev.12704>
- Mayer, R. E., & Fiorella, L. (2014). Principles for reducing extraneous processing in multimedia learning: Coherence, signaling, redundancy, spatial contiguity, and temporal contiguity principles. In R. E. Mayer (Ed.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (2nd ed., pp. 279–315). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139547369.015>
- Misfeldt, M. (2011). Aspects of ICT in mathematical activity: Tool and media. *Transactions on Advanced Research*, 7(2), 23–28. <https://doi.org/10.1515/semi.2011.054>
- Narciss, S., & Huth, K. (2006). Fostering achievement and motivation with bug-related tutoring feedback in a computer-based training for written subtraction. *Learning and Instruction*, 16(4), 310–322. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.07.003>
- Rakoczy, K., Harks, B., Klieme, E., Blum, W., & Hochweber, J. (2013). Written feedback in mathematics: Mediated by students' perception, moderated by goal orientation. *Learning and Instruction*, 27, 63–73. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.03.002>
- Roth, J. (2017). Computer einsetzen: Wozu, wann, wer & wie? *Mathematik lehren*, 205, 35–38.
- Roth, J. (2019). Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht – Konzepte, empirische Ergebnisse und Desiderate. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (S. 233–248). Springer Fachmedien. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_17)
- Ruchniewicz, H., & Göbel, L. (2019). Wie digitale Medien funktionales Denken unterstützen können - Zwei Beispiele. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (S. 249–262). Springer Fachmedien. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3\\_18](https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_18)
- Schukajlow, S., Rakoczy, K., & Pekrun, R. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: theoretical considerations and empirical contributions. *ZDM Mathematics Education*, 49(3), 307–322. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0864-6>
- Vollrath, H.-J. (2001). Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe. Spektrum Akademischer Verlag.
- Wallner-Paschon, C. (2013). Motivation und Selbstwahrnehmung der 15-/16-Jährigen in Mathematik. In U. Schwantner, B. Toferer & C. Schreiner (Hrsg.), *PISA 2012. Internationale Vergleiche von Schülerleistungen. Erste Ergebnisse Mathematik, Lesen, Naturwissenschaften* (1. Aufl., S. 42–43). Leykam.
- Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1169–1207). Information Age Publishing.